

UNIVERSIDAD DE GRANADA
E.T.S. DE INGENIERÍA INFORMÁTICA



**Departamento de Ciencias de la Computación
e Inteligencia Artificial**

Teoría de Algoritmos
Guión de Prácticas

Curso 2003-04

Ingeniería Técnica en Informática de Gestión
Ingeniería Técnica en Informática de Sistemas

Práctica 3

Práctica en grupo

3.1. Objetivo

El objetivo de la práctica es que los alumnos desarrollen las habilidades y conocimientos adquiridos durante la impartición de la asignatura en un entorno más cercano al mundo real. Se desea hacer hincapié en dos aspectos fundamentales: el trabajo en equipo y la resolución de problemas surgidos en la realidad cotidiana.

3.2. Tarea

Para lograr el primer aspecto propuesto, esta práctica habrá de desarrollarse en grupos de cuatro o cinco alumnos. Cada grupo proporcionará a su profesor la lista de sus componentes, bien por escrito o mediante correo electrónico dirigido a su profesor.

El segundo aspecto se pretende desarrollar planteando la resolución de un problema del mundo real. En la sección 3.3 de este guión se ofrece una lista de problemas de entre la que sólo *uno* de ellos será asignado a cada grupo. El equipo al que se asigne el problema deberá abordar su resolución mediante todas las técnicas estudiadas (Divide y Vencerás, Programación Dinámica, Métodos Voraces, Exploración en Grafos). Para cada una de las técnicas deberá proponer un algoritmo que resuelva el problema, justificando que efectivamente encuentra la solución deseada. Asimismo deberá realizarse un análisis teórico de la eficiencia en tiempo y espacio requerida por el algoritmo propuesto. En el caso de que el problema en cuestión no sea resoluble mediante alguna técnica deberá razonarse por qué se da dicha situación.

El trabajo se limitará al diseño y análisis de los algoritmos desde un punto de vista teórico. No es necesario realizar ninguna implementación ni estudios

empíricos o híbridos de la eficiencia.

Finalmente, habrá que optar por un sólo algoritmo, justificando cuál de todos los propuestos se elegiría.

3.3. Lista de problemas

A cada grupo se le asignará un problema de la siguiente lista:

1. Una empresa se dedica a la construcción de máquinas expendedoras de distintos productos (café, helados, ...). Para finalizar el diseño del último modelo necesitan un buen algoritmo que sea capaz de proporcionar cambio a los clientes, de modo que éstos reciban el menor número de monedas. El algoritmo debe ser genérico para poder aplicarse en países con distintos sistemas monetarios. Pero además hay que tener en cuenta que las monedas no están disponibles de forma ilimitada, sino que pueden llegar a agotarse.
2. El basurero de un pueblo desea establecer cuál es el recorrido óptimo para atravesar todas las calles del pueblo pasando por cada una de ellas una sola vez y volver al punto de inicio. Ayúdale a decidir si esto es posible y encontrando la respuesta en el menor tiempo posible.
3. En la ciudad Utopía se sobredimensionó el número de farolas necesarias por calle. Con objeto de reducir el gasto en electricidad y disminuir la contaminación luminosa, el ayuntamiento ha decidido encender una farola por cada área de 50 metros de radio y apagar las farolas restantes dentro de esa área. Diseñar un algoritmo que obtenga el menor número de farolas encendidas.
4. Se desea disponer en un disco duro de un conjunto de programas almacenados en una serie de CDs. El problema es que el tamaño de todos los programas, almacenados en los CDs, es mayor que la capacidad del disco duro. Tenemos además una ordenación de los mejores programas. Se necesita un algoritmo para almacenar en el disco duro los mejores programas según la ordenación establecida y tal que estén disponibles el mayor número posible de programas.
5. Una agencia de viajes necesita elaborar rutas de interés para sus clientes de cara a la próxima temporada “Verano 2003”. Para ello pretende ofertar viajes entretenidos entre cada par de puntos de partida y llegada. Se precisa conocer las rutas más largas entre cada par de ciudades

considerando que no se pueden repetir destinos dentro de una misma ruta.

6. Los organizadores de la Vuelta Ciclista están intentando establecer el recorrido para la próxima Vuelta. Su objetivo es que la “serpiente multicolor” visite todas las capitales de provincia españolas, cada una de ellas una sólo vez, excepto Madrid, donde comenzará y finalizará la prueba deportiva. Se desea que el recorrido sea lo más corto posible. Describa un algoritmo para ayudar a los organizadores en el trazado de la prueba y justifique su aplicabilidad.
7. La directiva del F.C. Alcoyano se encuentra en una situación desesperada después de la reciente derrota en Copa frente al “Victorioso”. El presidente del club está decidido a mejorar la situación deportiva para la proxima temporada, para lo cual va a intentar fichar a nuevos jugadores. El problema es que el Alcoyano no dispone de mucho capital, solamente de una cantidad M . Con objeto de no quedar mal ante su afición, el presidente decide que se gastará esa cantidad exacta de dinero en fichajes, ni una euro más ni una euro menos.

De este modo, la directiva alcoyana procede a tantear uno por uno a todos los jugadores existentes en la lista de posibles refuerzos propuestos por el entrenador. Después de hablar con los clubes correspondientes para conocer el precio de cada jugador, deciden obtener todas las combinaciones de jugadores cuyo precio total sume exactamente M para tomar la decisión final. Diseñe un algoritmo que permita obtener estas combinaciones de jugadores.
8. Una empresa de paquetería contrata los servicios de una empresa de transportes para sus envíos a grandes distancias. La empresa de transportes proporciona contenedores en los que sus clientes depositan sus productos y factura por cada contenedor transportado. Los contenedores permiten incluir hasta un máximo peso. Para minimizar sus gastos en envíos la empresa de paquetería debe utilizar el mínimo de contenedores. Se necesita averiguar la forma óptima de distribuir los paquetes que le pasan sus clientes en contenedores de la empresa de transportes.
9. Una compañía de correos ha decidido apostar por una aplicación informática que diseñe automáticamente la política de transporte seguida en una ciudad. El problema es el siguiente. Distribuidos por la ciudad existe un gran número de buzones en los cuales los usuarios pueden dejar su correo para enviarlo a otro buzón de la ciudad. Dado que sería impracticable hacer que cada cartero cubriera cualquier combinación de

buzones de origen y destino, es necesario centralizar el transporte para desplazar mayor volumen en cada viaje y reducir costes. Así, se desea hacer que algunos buzones concretos actúen también como estafetas centrales. El mecanismo sería el siguiente: el cartero recoge el correo de un determinado buzón y lo lleva hasta la estafeta asignada a ese buzón, es decir, otro buzón de mayor entidad; posteriormente, el correo se distribuye entre estafetas en un medio más económico (por ejemplo, camiones); y, finalmente, otro cartero recoge el correo en la estafeta de destino para entregarlo en los buzones correspondientes. Diseñar un algoritmo que resuelva el problema considerando el volumen de correo enviado entre dos buzones y la distancia existente entre ellos. Más concretamente, se deberá elegir qué buzones actúan como estafetas (siendo el número de estafetas fijado a priori) y a qué estafeta está asignada cada buzón.

10. En una fábrica de muebles se disponen de n máquinas para producir muebles. Para el catálogo de esta temporada se ha previsto producir muebles de m tipos. La fabricación de cualquier tipo de mueble necesita hacer uso de todas las máquinas aunque con tiempos y costes distintos. El jefe de producción nos ha proporcionado dos matrices M y P , donde $M[i, \cdot]$ indica el tiempo en la máquina i que es necesario para elaborar cada tipo de mueble. La columna está ordenada en sentido creciente ($M[i, 1] = \text{mínimo tiempo}$). El coste económico de emplear la máquina i para elaborar cada tipo de mueble se indica en $P[i, \cdot]$, que también está ordenada de forma creciente.

El problema consiste en diseñar un algoritmo que encuentre, si es que existe, un conjunto de asignaciones tipo de mueble-máquina (t, m) de forma que cada una sea válida. Diremos que una asignación es válida si no se da ninguna de las dos condiciones:

- Existe un tipo de mueble t' (formando la asignación (t', m')) que tenga un menor tiempo de uso de la máquina m y además el tipo de mueble t' tenga un menor coste sobre m que sobre m' .
 - Existe una máquina m'' (formando la asignación (t'', m'')) con un menor coste para el mueble t y además la máquina m'' tenga un menor tiempo de procesamiento para t que para m' .
11. Un compañía de combustible desea implantar varias gasolineras para abastecer a un determinado grupo de pueblos. Para ello, se debe decidir en qué pueblos se ubicarán las gasolineras con objeto de optimizar el servicio. Éste dependerá de dos factores, el número de habitantes

de cada pueblo y la distancia existente entre ellos. Naturalmente, es deseable que la distancia de cada pueblo a la gasolinera más cercana sea lo menor posible pero que, al mismo tiempo, se dé preferencia a los pueblos con mayor número de habitantes. Diseñar un algoritmo que, dado el número de gasolineras a implantar, g , decida en qué pueblos deberían ubicarse.

12. Sea T un árbol binario de búsqueda (ABB) cuyos nodos almacenan cadenas de caracteres. Definimos el peso de T mediante

$$\text{Peso}(T) = \sum_{i=1}^n [\text{Nivel}(i) + 1] \text{longitud}(\text{etiqueta}(i))$$

El problema es obtener el **ABB** de menor peso.

13. (Control de calidad) En una factoría de componentes electrónicos se fabrican n productos distintos. Cada uno de ellos debe superar un estricto control de calidad, que se desglosa en m etapas. Cada producto debe pasar por todas las m etapas de control, si bien, cada uno precisa un tiempo distinto para su evaluación, $t_{i,j}$. Todos los controles deben realizarse en el mismo orden. En cada tanda de fabricación se genera un producto de cada tipo. Para optimizar el funcionamiento del departamento de control de calidad es necesario encontrar una secuencia de forma que se minimice el tiempo total necesario para revisar n productos.

14. Dos grafos G y H se dice *isomorfos* si existe una correspondencia uno a uno entre los vértices (es decir, biyectiva) preservando las relaciones de adyacencia.

El problema consiste en determinar si un par de grafos dados corresponden al mismo grafo, salvo el nombre de los vértices.

15. El problema de cobertura de conjuntos con mínimo costo se podría enunciar del siguiente modo: Dado un conjunto X , y una familia I , $I = \{1, \dots, n\}$, de subconjuntos P_j de X , tal que la unión de todos los subconjuntos de I sea igual a X , y un costo c_j asociado con cada subconjunto P_j igual al número de elementos del subconjunto, encontrar la subfamilia I' , tal que la unión de los subconjuntos que pertenecen a I' siga siendo igual a X y la suma de los costos asociados sea mínima.
16. No es fácil encontrar buenos agentes de bolsa. La situación se complica cuando, como en la actual, se producen múltiples noticias que provocan

frecuentes altibajos. Para solventar, en parte, este problema, una empresa que se dedica a la inversión en bolsa desea automatizar el proceso de decidir en qué valores invertir. Esta empresa sólo considera paquetes completos de acciones de los que conoce el coste total y el beneficio que espera alcanzar en 6 meses. La automatización se implantará a través de un sistema informático al que se le proporciona una cantidad (de dinero a invertir) y devuelve el conjunto de paquetes de acciones que proporcionan el mejor beneficio esperado en 6 meses. Se precisa un algoritmo para realizar la selección óptima de paquetes de acciones.

17. Una matriz de valores lógicos $M[1..n, 1..n]$ representa un laberinto cuadrado donde las casillas adyacentes a una dada se encuentran en la misma fila o columna. Si $M[i, j]$ es *cierto*, se puede pasar por la casilla (i, j) ; si $M[i, j]$ es *falso* no se puede pasar por la casilla (i, j) .

La siguiente figura nos muestra un ejemplo, siendo I la casilla de inicio, S la casilla salida, y **X** las casillas con valor falso.

I	↓				
X	↓		X		X
←	↓	X	X		
↓	X	X	X		X
↓	X	→	→	↓	X
→	→	↑	X	S	X

Diseñar un algoritmo que partiendo de la casilla de inicio y llegando a la de salida, encuentre un camino en el laberinto.

18. Considérese el siguiente problema:

Tenemos un conjunto de n eslabones $(e_1, e_2, \dots, e_n)$ que nos permitirán componer una cadena (no cerrada). Para formar la cadena, tenemos que unir cada eslabón e_i con el e_{i+1} , $i = 1, 2, \dots, n - 1$. Asociado a cada eslabón, tenemos el peso del mismo $(p_1, p_2, \dots, p_n)$. Los distintos eslabones se irán agrupando sucesivamente en subcadenas. El coste de agrupar dos subcadenas c_i y c_j , $COSTO(c_i \cup c_j)$, es igual a la suma de los pesos de los eslabones en los extremos de las mismas. Por ejemplo, suponer las cadenas $c_1 = e_i - e_{i+1} - \dots - e_{k-1} - e_k$; $c_2 = e_{k+1} - e_{k+2} - \dots - e_m$ y $c_3 = e_{m+1}$. En este caso, $COSTO(c_1 \cup c_2) = p_i + p_k + p_{k+1} + p_m$ y $COSTO(c_2 \cup c_3) = p_{k+1} + p_m + p_{m+1}$. Para unir los n eslabones de la cadena, serán necesarias $n - 1$ uniones, definiendo el $COSTO-TOTAL$ para formar la cadena como la suma de los costos necesarios en cada

una de estas uniones. Interesa conocer la forma de obtener la cadena con coste mínimo.

19. Una cuadrilla de n albañiles tienen que realizar n trabajos en una promoción urbanística. Cada uno tiene habilidades distintas así que el costo en que se incurre cada albañil para hacer una tarea dada es distinto. El capataz conoce bien su oficio y su cuadrilla así que sabe cuales son los costos que implica la asignación de cada albañil a cada tarea. Su labor consiste en asignar una única tarea a cada trabajador, asegurándose que todas se hacen y que el coste total es mínimo.
20. Una compañía de ferrocarriles que sirve n estaciones $E_1, \dots, E_n$ trata de mejorar su servicio al cliente mediante terminales de información. Dada una estación de origen E_o y una estación de destino E_d , un punto de información debe informar sobre el horario de trenes que hacen conexiones entre E_o y E_d y que minimizan el tiempo del trayecto total.
21. Considérense n tareas y m máquinas, siendo t_i el tiempo total de ejecución de la i -ésima tarea. El problema consiste en determinar en qué procesador y en qué orden hay que ejecutar los trabajos, de forma que el tiempo total de ejecución sea mínimo.
22. Tras el fallecimiento de un rico comerciante, sus dos apenados hijos heredan todas sus propiedades. El albacea del comerciante contrata los servicios de una agencia de tasación que asigna un valor económico a cada uno de los bienes legados por el difunto. Para cumplir su voluntad el albacea debe repartir los bienes entre los hijos de forma que cada uno reciba exactamente la misma cantidad. Se necesita encontrar una forma de repartir los bienes entre los dos herederos.
23. Dado un grafo $G = (V, E)$ el problema consiste en encontrar el mayor subconjunto de vértices $V' \subseteq V$ de forma que cada arista en E es incidente en, como máximo, un vértice.
24. Consideremos un aplicado alumno de cualquier titulación impartida en la E.T.S.I.I. De cara a la evaluación de una asignatura el alumno ha de realizar n prácticas. Cada práctica requiere el máximo de concentración y, por tanto, no se puede hacer de forma concurrente con otras. Se debe realizar de principio a fin. Cada una de ellas requiere un cierto tiempo t_i y además tiene una fecha límite de entrega l_i . Si la práctica se entrega a tiempo, el alumno es premiado con una calificación b_i , pero si no se entrega a tiempo, el alumno obtiene una calificación de 0. El objetivo es ayudar a este atribulado alumno a obtener la mayor calificación posible.

25. Una planta productora de aceites tiene almacenado a granel un cierto volumen de uno de sus productos, el cual desea envasar. Para realizar dicha operación cuenta con una determinada cantidad de envases de varios tipos $e_1, \dots, e_n$. De cada envase e_i se conoce su capacidad c_i y la cantidad de envases disponibles k_i .

Dado un cierto volumen V del producto a envasar,

- a) Construir un algoritmo que determine todas las formas posibles de envasar V con los envases de que se dispone. Todos los envases que se utilicen deberán quedar completamente llenos, salvo uno, que podrá utilizarse de forma parcial.
 - b) Suponiendo un costo T_i para cada envase, determinar la combinación que permita realizar la operación con el menor costo.
26. Disponemos de una serie de aeropuertos distribuidos geográficamente por todo el país. Se desea establecer un subconjunto de ellos como aeropuertos principales a través de los cuales canalizar el transporte de viajeros. De ese modo, mientras los aeropuertos principales están todos interconectados entre sí, el resto de aeropuertos sólo están conectados con el aeropuerto principal al que están asociados. De esta forma, se evita tener que establecer conexiones aéreas directas entre cada par de aeropuertos, reduciendo así el coste económico. Para decidir qué subconjunto de aeropuertos deberían ser los principales y a qué aeropuerto principal está asociado cada aeropuerto restante, se valoran dos medidas: el número de pasajeros que se desea trasladar de un aeropuerto a otro y la distancia geográfica entre cada dos aeropuertos. Se desea diseñar un algoritmo que, dado un parámetro p que indica el número de aeropuertos principales que se desea, decida cuales serán éstos y a qué aeropuerto principal estará asociado cada aeropuerto secundario.

3.4. Evaluación de la práctica

Esta práctica forma parte del conjunto de trabajos que serán evaluados para obtener la calificación del alumno en la asignatura.

Para su evaluación, cada grupo deberá entregar una memoria que se ajustarán a las siguientes indicaciones:

3.4.1. Estructura de la memoria

- La memoria tendrá una portada en la que aparezcan claramente: el título de la práctica, la titulación, el nombre y dirección de correo

electrónico de cada componente del grupo.

- La memoria deberá contener las siguientes partes:
 - Definición del problema.
 - Resolución del problema mediante Divide y Vencerás.
 - Resolución del problema mediante Algoritmos Voraces.
 - Resolución del problema mediante Técnicas de exploración en grafos.
 - Resolución del problema mediante Programación Dinámica.
 - Análisis comparativo de los distintos algoritmos propuestos, justificando cual es la mejor elección.

Además, el grupo deberá exponer y defender ante sus compañeros y el profesor el trabajo realizado. La defensa se realizará durante la semana del 19 al 23 de enero de 2004, según horario que será publicado con la suficiente antelación.

3.4.2. Otras observaciones

En la página <http://decsai.ugr.es/~jmbs/TA> puede encontrarse este guión en distintos formatos, además de información adicional sobre la práctica.

Fecha límite de entrega: **16 de enero de 2004** a las **14:00h**.

Se recuerda que **todos** los componentes del grupo deben participar en la elaboración de esta práctica.